Демонстрационный вариант
ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ – 2018
по программам основного общего образования

Математика

Вариант № XX

I часть

Задания № 1 – 14. *Запишите только ответ.*

1. Вычислите: $\left(6{,}5-8\frac{3}{4}\right):\frac{1}{8}.$

2. Каково процентное содержание воды в мёде, если 400 г мёда содержит 68 г воды?

3. Сократите дробь $\frac{\sqrt{50}}{5}$

4. Оцените периметр квадрата со стороной b см, если $0{,}4 < b < 0{,}7$.

5. Решите систему неравенств $\begin{cases}-2x \le -4,\\ 3x < 21.\end{cases}$

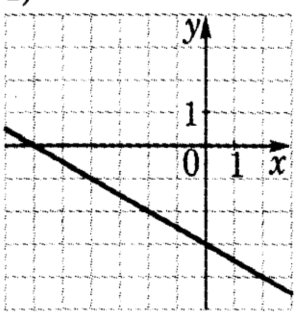
6. Функция задана формулой $f(x)=x^2-3x$. Найдите $f(1)$.

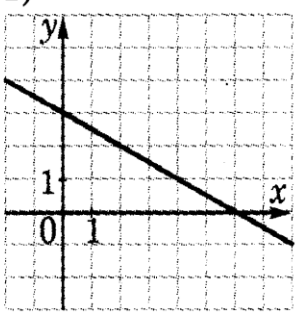
7. Установите соответствие между функциями и их графиками

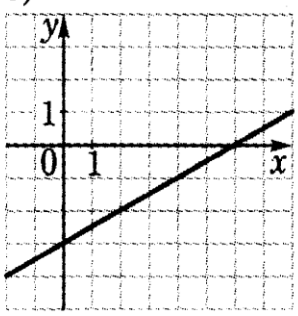
ФУНКЦИИ

а) $y = 0{,}5x - 3$; б) $y = -0{,}5x - 3$; в) $y = -0{,}5x + 3$.

ГРАФИКИ

1)


2)


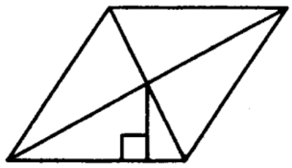
3)


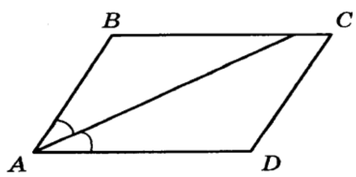
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

а)	б)	в)

8. Найдите длину отрезка АВ, если А(2; 5), В(–1; 1).

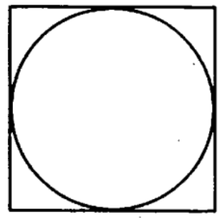
9. Сторона ромба равна 8 см, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до нее равно 2 см. Найдите площадь ромба.





10. Найдите величину острого угла параллелограмма *ABCD*, если биссектриса угла *A* образует со стороной *BC* угол, равный 12^0. Ответ дайте в градусах.

11. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 14 см.

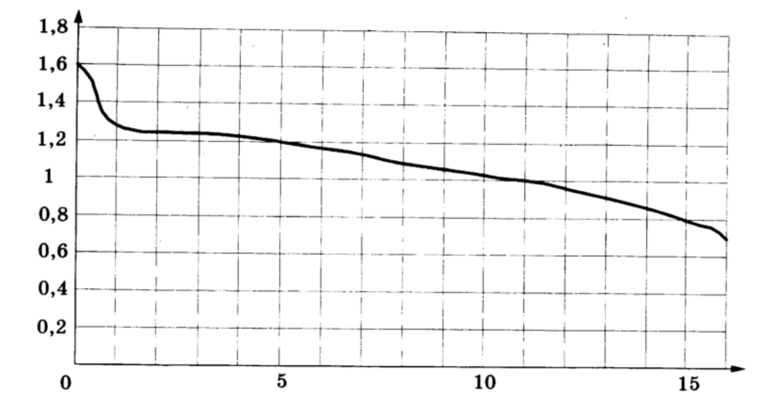


12. Укажите номера верных утверждений:

1) Диагональ трапеции делит ее на два равных треугольника.
2) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
3) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

13. В школьном концерте принимают участие 16 пятиклассников, 14 шестиклассников, 10 четвероклассников. Какова вероятность того, что с очередным номером будет выступать четвероклассник?

14. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



Задания № 15 – 18. *Запишите решение и ответ.*

15. Упростите выражение $\left(\frac{5}{a}-\frac{a}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{a-5}+\frac{1}{5+a}\right)$

16. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n), если $b_3=18$, а знаменатель $q=3$.

17. Постройте график функции $y=4-3x-x^2$. Найдите:

а) при каких значениях аргумента значения функции положительные;
б) при каких значениях аргумента функция убывает.

18. Найдите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной 6 см.

Задания № 19 – 20. *Запишите развернутую запись решения с обоснованием.*

19. Из двух сел, расстояние между которыми равно 50 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 часа. Найдите скорость каждого велосипедиста, если один из них потратил на весь путь из одного села во второе на 1 ч 40 мин меньше, чем другой.

20. Диагональ равнобокой трапеции делит высоту, проведенную из вершины тупого угла, на отрезки длиной 10 см и 8 см. Найдите площадь трапеции, если ее меньшее основание равно боковой стороне трапеции.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Каждое из заданий 1 – 14 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Ответ
1	–18
2	17%
3	$\sqrt{2}$
4	1,6 < P < 2,8
5	$x \in [2;\ 7)$ или $2 \le x < 7$
6	–2
7	а) 3; б) 1; в) 2
8	5
9	32 см^2
10	24^0
11	784 см^2
12	3
13	$\frac{1}{4}$
14	О,8 Вт

Решения и критерии оценивания заданий 15 – 20.

№ 15. Упростите выражение $\left(\frac{5}{a}-\frac{a}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{a-5}+\frac{1}{5+a}\right)$

Решение

$$\left(\frac{5}{a}-\frac{a}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{a-5}+\frac{1}{5+a}\right)=\frac{25-a^2}{5a}\cdot\frac{5+a+a-5}{(a-5)\cdot(a+5)}=\frac{(5-a)\cdot(5+a)\cdot 2a}{5a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}=-\frac{2}{5}=-0{,}4.$$

Ответ: $-\frac{2}{5}$ или $-0{,}4$.

Содержание критерия	Баллы
Правильно сделаны преобразования и получен верный ответ.	2
Правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше.	0
Максимальный балл	*2*

№ 16. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n), если $b_3 = 18$, а знаменатель $q = 3$.

Решение

$$b_3 = b_1 \cdot q^2; \quad b_1 = \frac{b_3}{q^2} = \frac{18}{9} = 2;$$

$$S_5 = \frac{b_1 \cdot (q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{2 \cdot (243 - 1)}{3 - 1} = 242.$$

Ответ: 242.

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получен верный ответ.	2
Правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше.	0
Максимальный балл	*2*

№ 17. Постройте график функции $y = 4 - 3x - x^2$. Найдите:

а) при каких значениях аргумента значения функции положительные;

б) при каких значениях аргумента функция убывает.

Решение

Используем общий вид квадратичной функции:

$$y = ax^2 + bx + c.$$

$y = 4 - 3x - x^2, \quad y = -x^2 - 3x + 4$, $a = -1$, $a < 0$, следовательно, ветви параболы направлены вниз.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot (-1)} = -1{,}5; \quad y = 6{,}25.$$

(–1,5; 6,25) – вершина параболы

Найдем точки пересечения с осями координат:

1) С осью Ox: $y = 0$,

$$-x^2 - 3x + 4 = 0;$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0;$$

по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -3;$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4;$$

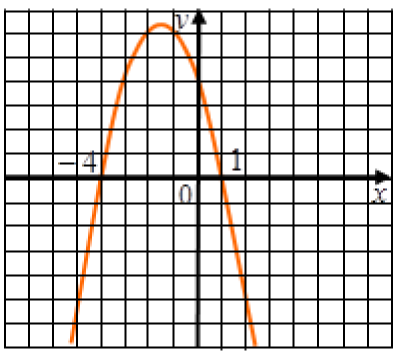
$$x_1 = 1; \quad x_2 = -4.$$

(1; 0), (–4; 0) – точки пересечения с осью абсцисс.

2) С осью Oy: $x = 0$, $y = 4$.

(0; 4) – точка пересечения с осью ординат.

Построим график функции



1) Значения функции положительны при $x \in (-4;1)$;
2) Функция убывает при $x \in [-1{,}5;+\infty)$.

Ответ: а) y > 0 при $x \in (-4;1)$;
б) функция убывает при $x \in [-1{,}5;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Верно построен график функции, получен обоснованный ответ.	2
Правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше.	0
Максимальный балл	*2*

№ 18. Найдите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной 6 см.

Решение

$a_3 = 6$ см.

$$S = \pi r^2; \quad r = \frac{a_3}{2\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}(\text{см}); \quad S = 3\pi \ \text{см}^2.$$

Ответ: 3π см^2.

Содержание критерия	Баллы
Верно получен обоснованный ответ.	2
Правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведенных выше.	0
Максимальный балл	*2*

№ 19. Из двух сел, расстояние между которыми равно 50 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 часа. Найдите скорость каждого велосипедиста, если один из них потратил на весь путь из одного села во второе на 1 ч 40 мин меньше, чем другой.

Решение

Пусть скорость первого велосипедиста будет x км/ч, а скорость второго велосипедиста y км/ч. За 2 часа первый велосипедист проехал $2x$ км, второй велосипедист проехал $2y$ км.

По условию задачи вместе они проехали $(2x + 2y)$ км или 50 км.

Составим первое уравнение:

$2x + 2y = 50$.

Первый велосипедист на весь путь потратил $\frac{50}{x}$ ч, что на 1час 40 минут $= 1\frac{2}{3}$ ч меньше, чем второй велосипедист. Время, за которое второй велосипедист преодолел весь путь $\frac{50}{y}$ ч. Составим второе уравнение:

$$\frac{50}{y} - \frac{50}{x} = 1\frac{2}{3}$$

Так как скорости в двух уравнениях одни и те же составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x+2y=50, \\ \dfrac{50}{y}-\dfrac{50}{x}=1\dfrac{2}{3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y=25, \\ \dfrac{50}{y}-\dfrac{50}{x}=1\dfrac{2}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=25-y, \\ \dfrac{10}{y}-\dfrac{10}{x}=\dfrac{1}{3}; \end{cases}$$

Подставим выражение $x = 25 - y$ во второе уравнение:

$$\frac{10}{y}-\frac{10}{25-y}=\frac{1}{3};$$

$$\frac{10}{y}-\frac{10}{25-y}-\frac{1}{3}=0;$$

$$\frac{10\cdot 3\cdot(25-y)-10\cdot 3y-y(25-y)}{3y(25-y)}=0;$$

$$\frac{750-30y-30y-25y+y^2}{3y(25-y)}=0;$$

$$\frac{750-30y-30y-25y+y^2}{3y(25-y)}=0;$$

$$\frac{y^2-85y+750}{3y(25-y)}=0;$$

ОДЗ: $3y\neq 0$, $25-y\neq 0$,

$y\neq 0.$ $y\neq 25.$ (1)

$$y^2-85y+750=0;$$

$D = 85^2 - 4 \cdot 750 = 7225 - 3000 = 4225$; $D > 0$;

$$y_1=\frac{85+65}{2}=\frac{150}{2}=75;$$

$$y_2=\frac{85-65}{2}=\frac{20}{2}=10.$$

1) $\begin{cases} y_1=75, \\ x_1=25-75; \end{cases} \qquad \begin{cases} y_1=75, \\ x_1=-50. \end{cases}$

$x_1 = -50$ – не удовлетворяет условию задачи, так как скорость не может быть отрицательной.

2) $\begin{cases} y_2 = 10, \\ x_2 = 25 - 10; \end{cases}$ $\begin{cases} y_2 = 10, \\ x_2 = 15. \end{cases}$

$x_2 = 15$ – удовлетворяет условию задачи и условию (1).

Следовательно, скорость первого велосипедиста 15км/ч, а скорость второго – 10 км/ч.

Ответ: 15 км/ч и 10 км/ч.

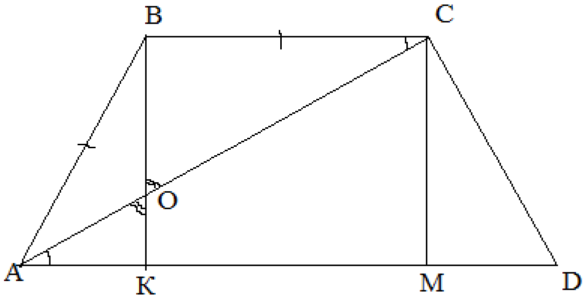
Содержание критерия оценивания	Баллы
Критерии 1.Верно введены переменные, обозначающие скорости первого и второго велосипедиста. 2.Верно составлено выражение для определения расстояния, пройденного первым велосипедистом. 3.Верно составлено выражение для определения расстояния, пройденного вторым велосипедистом. 4.Верно составлено первое уравнение, выражающее совместно пройденный путь. 5.Верно составлено выражение, определяющее время движения первого велосипедиста за весь путь. 6.Верно составлено выражение, определяющее время движения второго велосипедиста за весь путь. 7.Верно составлено второе уравнение, выражающее разность во времени обоих велосипедистов потраченное на весь путь. 8.Верно составлена система уравнений. 9.Показан правильный ход решения системы уравнений. 10.Получен верный ответ.	**3**
Задача решена верно, но решение не полностью соответствует критериям, указанным выше.	**2**
Показан правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца.	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	**0**

№ 20. Диагональ равнобокой трапеции делит высоту, проведенную из вершины тупого угла, на отрезки длиной 10 см и 8 см. Найдите площадь трапеции, если ее меньшее основание равно боковой стороне трапеции.

Решение

Способ 1.

Пусть *ABCD* – данная равнобокая трапеция, *BC*||*AD*, *AB* = *BC*, *BK* ⊥ *AD*, *AC* ∩ *BK* = *O*, *BO* = 10 см, *OK* = 8 см. Найдём площадь трапеции.



$$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot BK.$$

Рассмотрим ΔAOK и ΔCOB:

$\angle AOK = \angle COB$ как вертикальные,

$\angle AKK = \angle CBB = 90^0$,

$\Delta AOK \sim \Delta COB$.

Значит, $\dfrac{OK}{OB}=\dfrac{AK}{CB}$, $\dfrac{8}{10}=\dfrac{AK}{CB}$, $AK = 0{,}8BC$.

В ΔABK: $\angle K = 90^0$, $AB = BC$, $AK = 0{,}8BC = 0{,}8AB$.

По теореме Пифагора

$AB^2 = AK^2 + BK^2$, $AB^2 = 0{,}64 \cdot AB^2 + 18^2$, $AB^2 = 324 : 0{,}36$, $AB^2 = 900$.

$AB = BC = 30$ см .

Проведём $CM \perp AD$. Получили прямоугольник $KBCM$.

Значит, $BC = KM = AB$.

По свойству равнобокой трапеции $AK = MD = 0{,}8AB$.

$AD = AK + KM + MD = 0{,}8AB + AB + 0{,}8AB = 2{,}6 \cdot AB = 2{,}6 \cdot 30 = 78$ (см).

$$S_{ABCD}=\frac{30+78}{2}\cdot 18=54\cdot 18=972\,(\text{см}^2).$$

Ответ: 972 см^2.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Критерии. 1.Правильно выполнен чертеж. 2.Правильно применено свойство равенства накрест лежащих углов при пересечении параллельных прямых и секущей для обоснования равнобедренного треугольника. 3.Обосновано подобие треугольников. 4.Применено свойство высот, проведенных к основанию равнобокой трапеции. 5.Верно составлено выражение для нахождения гипотенузы прямоугольного треугольника с помощью теоремы Пифагора. 6.Правильно представлена формула нахождения площади трапеции. 7.Получен верный ответ.	**3**
Задача решена верно, но не полностью соответствует критериям, указанным выше.	**2**
Показан правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	**0**

Способ 2

Пусть $ABCD$ – данная равнобокая трапеция, $BC \| AD$, $AB = BC$, $BK \perp AD$, $AC \cap BK = O$, $BO = 10$ см, $OK = 8$ см. Найдём площадь трапеции.

$$S_{ABCD}=\frac{BC+AD}{2}\cdot BK.$$

Так как $AD \parallel BC$, то $\angle DAC = \angle BCA.$ По условию $AB = BC,$ тогда ΔABC равнобедренный, значит, $\angle BAC = \angle BCA.$ Отсюда $\angle DAC = \angle BAC,$ то есть AC – биссектриса угла $BAC.$

По свойству биссектрисы AO +в ΔABK:

$$\frac{AB}{BK}=\frac{BO}{OK}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}.$$

Пусть $x -$ одна часть, тогда $AB = 5x;$ $BK = 4x.$ $BK = 18$ см.

Из ΔABK $(\angle AKB = 90°)$

$$AB^2 = AK^2 + BK^2;$$
$$(5x)^2 = (4x)^2 + 18^2;$$
$$9x^2 = 18^2;$$
$$x > 0;\ \ 3x = 18;$$

$$x = 6.$$

Тогда ВС=30 см; $AK = 24$ см. Так как трапеция равнобокая, то $AK = \frac{AD-BC}{2}$; отсюда $AD = 2AK + BC = 78$ см.

Площадь трапеции $S = \frac{AD+BC}{2}AK = \frac{78+30}{2}18 = 972 \text{ (см)}^2$.

Ответ: 972 см^2.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Критерии. 1.Правильно выполнен чертеж. 2.Правильно применено свойство равенства накрест лежащих углов при пересечении параллельных прямых и секущей для обоснования равнобедренного треугольника. 3.Обоснован факт, что диагональ трапеции является биссектрисой острого угла. 4.Верно применено свойство биссектрисы в треугольнике. 5.Верно составлено выражение для нахождения гипотенузы прямоугольного треугольника с помощью теоремы Пифагора. 6.Верно применено свойство проекции боковой стороны равнобокой трапеции. 7.Правильно представлена формула нахождения площади трапеции. 8.Получен верный ответ.	**3**
Задача решена верно, но не полностью соответствует критериям, указанным выше.	**2**
Показан правильный ход решения, но допущены ошибки или правильное решение не доведено до конца	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	**0**

Максимальный первичный балл за всю работу – 28.

Критерии оценивания

Отметка	Процент
отметка «5»	90 – 100
отметка «4»	75 – 89
отметка «3»	60 – 74
отметка «2»	35 – 59
отметка «1»	0 – 34

Соответствие количества набранных баллов, отметке по пятибалльной системе оценивания учебных достижений учащихся приведено в таблице:

Количество набранных баллов	Отметка по пятибалльной системе оценивания учебных достижений учащихся
25-28	отметка «5»
21-24	отметка «4»
16-20	отметка «3»
10-15	отметка «2»
0-9	отметка «1»

Желаем успеха!